

nº 1 p181.

$$1) (\exp(x))^2 = \exp(2x) \neq \exp(x^2)$$

ou $(e^x)^2 = \textcircled{F} e^{2x}$

$$2) \frac{1}{(\exp(x))^2} = \frac{1}{\exp(2x)} = \exp(-2x)$$

ou $\frac{1}{(e^x)^2} = \frac{1}{e^{2x}} = e^{-2x} \quad \textcircled{V}$

$$3) \frac{1}{e^{-x}} = e^{-(-x)} = e^x \quad \textcircled{V}$$

$$\begin{aligned} 4) (e^x + e^{-x})^2 &= (e^x)^2 + 2e^x e^{-x} + (e^{-x})^2 \\ &= e^{2x} + 2e^{x+(-x)} + e^{-2x} \\ &= e^{2x} + 2e^0 + e^{-2x} \\ &= e^{2x} + 2 + e^{-2x} \quad \textcircled{F} \end{aligned}$$

nº 4: $A = (e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2$

$$\begin{aligned} &= e^{2x} + 2 + e^{-2x} - ((e^x)^2 - 2e^x e^{-x} + (e^{-x})^2) \\ &= e^{2x} + 2 + e^{-2x} - (e^{2x} - 2e^0 + e^{-2x}) \\ &= \cancel{e^{2x}} + 2 + \cancel{e^{-2x}} - \cancel{e^{2x}} + 2 - \cancel{e^{-2x}} \\ &= 4. \end{aligned}$$

nº 36 p 190:

$$1) e^6 = e^{3 \times 2} = (e^3)^2 \neq e^3 + e^3 \quad (\text{F})$$

$$2) e^7 = e^{7 \times 1} = (e^1)^7 \neq 7e^1 \quad (\text{F})$$

$$3) e^{-3} = \frac{1}{e^3} \neq -e^3 \quad (\text{F})$$

$$4) e^{-12} = \frac{1}{e^{12}} = \frac{1}{e^{2 \times 6}} = \frac{1}{(e^6)^2} \quad (\text{F})$$

nº 37 p 190:

$$1) A = e^{3x} \times e^{-6x+1} = e^{3x+(-6x+1)} = e^{-3x+1}$$

$$B = (e^x)^2 \times e^{-2x+1}$$

$$= e^{2x} \times e^{-2x+1}$$

$$= e^{\cancel{2x} + (-\cancel{2x} + 1)} = e^1 = e$$

Cours. CH 10 (suite).

II. Méthode 1:

$$C = \frac{1}{(e^{-3})^2} + \frac{(e^4)^{-1}}{e^2 \times e^{-6}} = \frac{1}{e^{-6}} + \frac{e^{-4}}{e^2 \times e^{-6}}$$

$$= e^6 + \frac{e^{-4}}{e^{-4}} = e^6 + e^{-4+4}$$

$$= e^6 + e^0 = e^6 + 1.$$

$$D = \frac{(e^{2x})^3}{e^{3x+1} \times e^{-x-1}} = \frac{e^{6x}}{e^{3x+1+(-x-1)}}$$

$$= \frac{e^{6x}}{e^{6x-2x}} = e^{4x}$$

Méthode 2: Dérivée des fonctions

a) $f(x) = 4x - 3e^x$
 f est dér. sur $\mathbb{R}$ et somme de fct dér.
 $f'(x) = 4 - 3e^x$

b) $g(x) = (x-1)e^x$
 g est dér. sur $\mathbb{R}$ et prod. de fct dér.
 $u(x) = x-1 \quad u'(x) = 1$
 $v(x) = e^x \quad v'(x) = e^x$
 $g'(x) = 1 \times e^x + (x-1)e^x$
 $= e^x(1+x-1) = xe^x$

c) $h(x) = \frac{e^x}{x} \quad \mathbb{R} = \mathbb{R}^*$

h est dér. sur $] -\infty; 0[$ et sur $] 0; +\infty[$.
 et qd de fct dér.

$$u(x) = e^x \quad u'(x) = e^x$$

$$v(x) = x \quad v'(x) = 1$$

$$h'(x) = \frac{e^x \times x - e^x \times 1}{x^2} = \frac{e^x(x-1)}{x^2}$$

Plk: $\forall a, b \in \mathbb{R}$.

$$\textcircled{1} e^a = e^b \Leftrightarrow a = b.$$

$$\textcircled{2} e^a < e^b \Leftrightarrow a < b.$$

Méthode 3: Résolu° éq° / inég°.

$$1) e^{x^2-3} - e^{-2x} = 0.$$

$$2) e^{4x-1} \geq 1.$$

$$1) e^{x^2-3} = e^{-2x} \Leftrightarrow x^2-3 = -2x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0. \quad \Delta = 4 + 12 = 16$$
$$x_1 = \frac{-2+4}{2} = 1$$
$$x_2 = \frac{-2-4}{2} = -3.$$

$$S = \{-3; 1\}.$$

$$\textcircled{2} e^{4x-1} \geq 1 \quad \text{ou } e^0 = 1.$$

$$\Leftrightarrow e^{4x-1} \geq e^0$$

$$\Leftrightarrow 4x-1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4x \geq 1$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{1}{4}$$

$$S = \left[\frac{1}{4}; +\infty\right[.$$

Méthode 4: Étude de f .

Soit f la f.c. déf sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+1)e^x$.

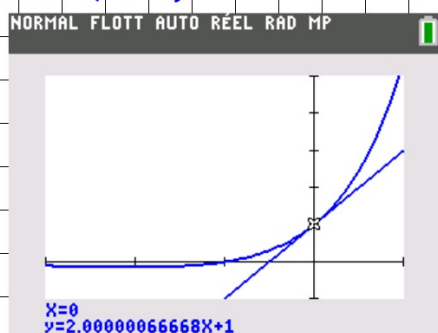
- 1) Calculer la dérivée de f
- 2) Sens de variation.
- 3) Eq^e de T_0 .
- 4) Construire $\mathcal{C}_f$.

1) f dér sur $\mathbb{R}$, il p't dé f dér

$$u(x) = x+1 \quad u'(x) = 1$$

$$v(x) = e^x \quad v'(x) = e^x$$

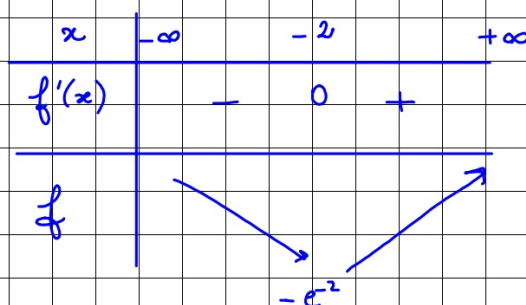
$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 \times e^x + (x+1) \times e^x \\ &= e^x (1 + (x+1)) \\ &= e^x (x+2) \end{aligned}$$



$$2) f'(x) = e^x (x+2)$$

or $e^x > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

dc le signe de $f'(x)$ est celui de $x+2$.



$$f(-2) = (-2+1)e^{-2} = -e^{-2}$$

$$3) T_0: y = f'(0)x + f(0)$$

$$f(0) = (0+1)e^0 = 1$$

$$f'(0) = (0+2)e^0 = 2$$

$$T_0: y = 2x + 1$$

Pte : Soit une fct def et dér sur un int I
alors la fct f def par $f(x) = e^{u(x)}$
est dér sur I
et $f'(x) = u'(x) e^{u(x)}$.

$$(e^u)' = u' e^u.$$

Exon: n° ~~43~~, ~~44~~, ~~45~~, 47, 48, 63, 64, 65, 66,
67, 69, 70, 71, 73, 74 p19!

n° 43:

$$1) A = e^x(e^x + 5) = \underline{e^{2x} + 5e^x}$$

$$2) B = e^{-x}(e^x - 2) = e^0 - 2e^{-x} = \underline{1 - 2e^{-x}}$$

$$3) C = e^{2x}(e^x - e^{-x}) = \underline{e^{3x} - e^x}$$

n° 44: 1) $A = (e^x + 2)(e^x + 5)$
 $= e^{2x} + 5e^x + 2e^x + 10$
 $= \underline{e^{2x} + 7e^x + 10}$

$$2) B = (e^x - 1)(e^{-x} + 3)$$
$$= e^0 + 3e^x - e^{-x} - 3$$
$$= \underline{3e^x - e^{-x} - 2}$$

$$3) C = (e^2 + 1)(2 - e^{-x})$$
$$= 2e^2 - e^0 + 2 - e^{-x}$$
$$= \underline{2e^2 - e^{-x} + 1}$$

n° 45: $A = (e^x - 2)^2$
 $= \underline{e^{2x} - 4e^x + 4}$

$$B = (e^x + 1)^2$$
$$= \underline{e^{2x} + 2e^x + 1}$$

$$C = (e^x - 3)(e^x + 3)$$
$$= \underline{e^{2x} - 9}$$

$$\underline{n^{\circ}47:} \quad A = 10e^x - 5xe^x \\ = \underline{5e^x(2-x)}$$

$$B = 2xe^{-x} + 3e^{-x} \\ = \underline{e^{-x}(2x+3)}$$

$$C = e^{2x} - 4e^x \quad e^{2x} = e^x \times e^x \\ = \underline{e^x(e^x - 4)}$$

$$D = -3xe^{0,4x} - 2e^{0,4x} \\ = \underline{e^{0,4x}(-3x-2)}$$

$$\underline{n^{\circ}48:} \quad A = e^{2x} + 2e^x + 1 \quad (e^x)^2 = e^{2x} \\ = \underline{(e^x + 1)^2}$$

$$B = 9e^{2x} - 6e^x + 1 \\ = \underline{(3e^x - 1)^2}$$

$$C = e^{2x} - 16 \\ = \underline{(e^x - 4)(e^x + 4)}$$

$$D = e^{6x} - 25 \quad (e^{3x})^2 = e^{6x} \\ = \underline{(e^{3x} - 5)(e^{3x} + 5)}$$

n° 63 : f dér sur $\mathbb{R}$ $\hat{=}$ somme de f et dér.

1) $f(x) = e^x + 6$

$f'(x) = e^x$

2) $f(x) = e^x - 7$
 $f'(x) = e^x$

3) $f(x) = 1 - 2e^x$
 $f'(x) = -2e^x$

4) $f(x) = 3e^x - 3$
 $f'(x) = 3e^x$

n° 64 : f dér sur $\mathbb{R}$ $\hat{=}$ somme de f et dér.

1) $f(x) = e^x + 4x$
 $f'(x) = e^x + 4$

2) $f(x) = e^x - 5x$
 $f'(x) = e^x - 5$

3) $f(x) = e^x + x^2$
 $f'(x) = e^x + 2x$

4) $f(x) = 3x^2 - e^x$
 $f'(x) = 6x - e^x$

n° 65: f dér. $\hat{=}$ somme et composée (e^u) de f° der.

1) $f(x) = e^{2x} + 4$

$u(x) = 2x$
 $u'(x) = 2$

$f'(x) = 2e^{2x}$

2) $f(x) = e^{-x} + 1$

$u(x) = -x$
 $u'(x) = -1$

$f'(x) = -e^{-x}$

3) $f(x) = e^{4x} + 2x - 1$

$u(x) = 4x$
 $u'(x) = 4$

$f'(x) = 4e^{4x} + 2$

4) $f(x) = 7 - e^{-3x}$

$u(x) = -3x$
 $u'(x) = -3$

$f'(x) = -(-3e^{-3x})$
 $= 3e^{-3x}$

$(e^u)' = u' e^u$

n° 66 1) $f(x) = x e^x$ 2) pdt...

$u(x) = x$

$u'(x) = 1$

$v(x) = e^x$

$v'(x) = e^x$

$f'(x) = 1e^x + x e^x = e^x(1+x)$

2) $f(x) = x^2 e^x$

$u(x) = x^2$

$u'(x) = 2x$

$v(x) = e^x$

$v'(x) = e^x$

$f'(x) = 2x e^x + x^2 e^x = x e^x(2+x)$

3) $f(x) = \frac{e^x}{x}$

3) 4) qd...

pour en savoir...

4) $f(x) = \frac{x}{e^x}$

$u(x) = x$

$u'(x) = 1$

$v(x) = e^x$

$v'(x) = e^x$

$f'(x) = \frac{1e^x - x e^x}{(e^x)^2} = \frac{e^x(1-x)}{(e^x)^2}$

$f'(x) = \frac{1-x}{e^x}$